



행렬

08 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 $AB = BA$ 가 성립하기 위한 충분조건인 것을 **보기**에서 모두 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.)

- 보기**
- ㉠. $A + B = 2E$
 - ㉡. $A^2B = BA^2$
 - ㉢. $A^2B = A + E$

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

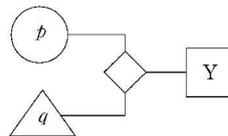
09 좌표평면에서 두 점 $A(1, \sqrt{3}), B(1, -\sqrt{3})$ 에 대하여 다음 두 조건을 만족시키는 점 $P(x, y)$ 가 나타내는 도형 전체의 길이는?

- (가) $x^2 + y^2 = 4$
 (나) 선분 AB 위의 임의의 점 $(1, a)$ 에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix} x & y \\ 1 & a \end{pmatrix}$ 는 역행렬을 갖는다.

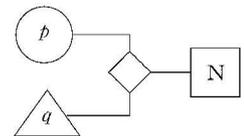
- ① $\frac{1}{3}\pi$
- ② $\frac{1}{2}\pi$
- ③ π
- ④ $\frac{4}{3}\pi$
- ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

10 이차정사각행렬 $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 $D(X) = ad - bc$ 라 하자. 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & p \end{pmatrix}$ 에 대하여 $D(A^2) = D(5A)$ 를 만족시키는 모든 상수 p 의 합을 구하시오.

11 두 실수 p, q 에 대하여 $ad - bc = p, a + d = q$ 를 만족시키는 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 가 있다. $A + E$ 의 역행렬이 존재하면 [그림 1]과 같이 나타내고, $A + E$ 의 역행렬이 존재하지 않으면 [그림 2]와 같이 나타내기로 한다. (단, E 는 단위행렬)

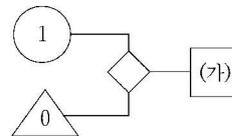


[그림 1]



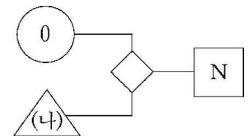
[그림 2]

다음 그림에서 (가), (나)에 알맞은 것은?



(가) (나)

- ① Y -1
- ③ Y 1
- ⑤ N 1



(가) (나)

- ② Y 0
- ④ N -1



12 공비가 1이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 행렬

$$\begin{pmatrix} a_n & a_{n+1} \\ b_{n+1} & b_n \end{pmatrix}$$

이 역행렬을 갖지 않는다고 하자. 수열

$\{a_n\}$ 이 발산할때, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값과 같은 것은? (단, 모든 자연수 n 에 대하여 a_n, b_n 은 양수이다.)

- ① $\frac{a_1 b_1}{a_2 - a_1}$ ② $\frac{a_2 b_1}{a_2 - a_1}$
 ③ $\frac{a_1 b_2}{a_2 - a_1}$ ④ $\frac{a_1 b_1}{a_1 - a_2}$
 ⑤ $\frac{a_1 b_2}{a_1 - a_2}$

13 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여

$AB - BA = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ 라 할때, 보기에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

- 보기
 ㄱ. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 이면 $ps - qr = 0$ 이다.
 ㄴ. 모든 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 $p + s = 0$ 이다.
 ㄷ. 행렬 $AB - BA$ 가 영행렬이면 B 는 A 의 역행렬이다.

- ① ㄱ ② ㄴ
 ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 $A^2 = A$ 이고

$B = -A$ 일때, 보기에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

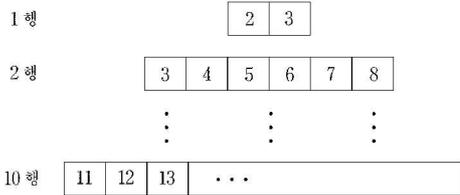
- 보기
 ㄱ. $A^3 = A$
 ㄴ. $B^2 = -B$
 ㄷ. $A + 3E$ 는 역행렬을 갖는다.
 (단, E 는 단위행렬이다.)

- ① ㄱ ② ㄷ
 ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



수열

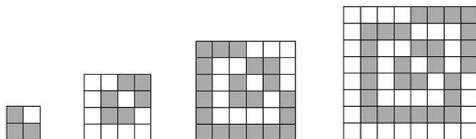
15 그림과 같이 자연수 k 에 대하여 $[\log_{k+1} x] = 1$ 을 만족시키는 자연수 x 를 k 행에 차례로 배열할때, k 행에 배열된 자연수의 개수를 a_k 라 하자. $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오.
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)



16 한 변의 길이가 1인 정사각형 모양의 검은 타일과 흰 타일이 있다.

- (가) [그림 1]과 같이 검은 타일 3개와 흰 타일 1개를 붙여 한 변의 길이가 2인 정사각형이 되도록 한다.
- (나) [그림 2]와 같이 [그림 1]의 정사각형의 바깥쪽에 타일을 붙여 한 변의 길이가 4인 정사각형이 되도록 한다. 이때 [그림 1]에 있는 흰 타일의 둘레에는 검은 타일을, 검은 타일의 둘레에는 흰 타일을 붙인다.
- (다) [그림 3]과 같이 [그림 2]의 정사각형의 바깥쪽에 타일을 붙여 한 변의 길이가 6인 정사각형이 되도록 한다. 이때 [그림 2]에 있는 흰 타일의 둘레에는 검은 타일을, 검은 타일의 둘레에는 흰 타일을 붙인다.

이와 같은 과정을 계속하여 전체 타일의 개수가 400개가 되었을때, 검은 타일의 개수와 흰 타일의 개수 사이의 관계를 옳게 나타낸 것은? [4점]



[그림 1] [그림 2] [그림 3]

- ① 검은 타일과 흰 타일의 개수가 같다.
- ② 검은 타일의 개수가 흰 타일의 개수보다 18개 많다.
- ③ 검은 타일의 개수가 흰 타일의 개수보다 20개 많다.
- ④ 흰 타일의 개수가 검은 타일의 개수보다 18개 많다.
- ⑤ 흰 타일의 개수가 검은 타일의 개수보다 20개 많다.

17 음이 아닌 정수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점의 좌표를 $P_n(a_n, b_n)$ 이라 하자.

- ㄱ. $a_0 = 1, b_0 = 0$
- ㄴ. 점 $P_{n+1}(a_{n+1}, b_{n+1})$ 은 점 $P_n(a_n, b_n)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 의 호를 따라 시계 반대 방향으로 $\frac{\pi}{18}$ 만큼 이동한 점이다.

이때, $a_n = b_n$ 을 만족시키는 n 은 (가) . 그리고 $c_k = a_{18k}$ ($k = 1, 2, 3, \dots$)라 하면, 수열 $\{c_k\}$ 는 공비가 (나) 인 등비수열이다. 위의 (가), (나)에 알맞은 것은?

- | | |
|------------|----------------|
| (가) | (나) |
| ① 존재하지 않는다 | $-\frac{1}{2}$ |
| ② 존재하지 않는다 | -1 |
| ③ 존재한다 | $-\frac{1}{2}$ |
| ④ 존재한다 | -1 |
| ⑤ 존재한다 | $\frac{1}{2}$ |



18 자연수 n 에 대하여 점 P_n 이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점일 때, 점 P_{n+1} 을 다음 규칙에 따라 정한다. (단, 점 P_n 은 좌표축 위의 점이 아니다.)

- (가) 점 P_n 이 제1사분면 위의 점이면, 점 P_{n+1} 은 점 P_n 을 원 위의 호를 따라 시계 반대방향으로 $\frac{\pi}{2}$ 만큼 이동시킨 점이다.
- (나) 점 P_n 이 제2사분면 또는 제4사분면 위의 점이면, 점 P_{n+1} 은 점 P_n 을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 점이다.
- (다) 점 P_n 이 제3사분면 위의 점이면, 점 P_{n+1} 은 점 P_n 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 점이다.

점 P_1 의 좌표가 $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 일때, 점 P_{2007} 의 좌표는?

- ① $(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ ② $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$
- ③ $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ ④ $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$
- ⑤ $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

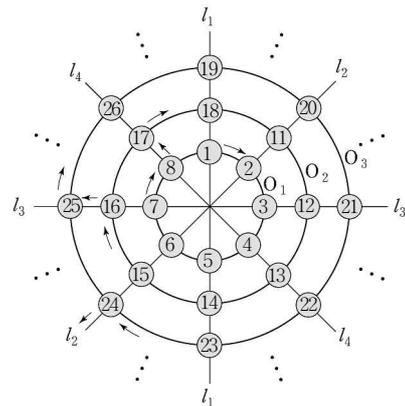
19 다음은 19세기 초 조선의 유학자 홍길주가 소개한 제곱근을 구하는 계산법의 일부를 재구성한 것이다.

1보다 큰 자연수 p 에서 1을 뺀 수를 p_1 이라 한다.
 p_1 이 2보다 크면 p_1 에서 2를 뺀 수를 p_2 라 한다.
 p_2 가 3보다 크면 p_2 에서 3을 뺀 수를 p_3 이라 한다.
 ⋮
 p_{k-1} 이 k 보다 크면 p_{k-1} 에서 k 를 뺀 수를 p_k 라 한다.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 수 p_n 이 $(n+1)$ 보다 작으면 이 과정을 멈춘다.
 이때, $2p_n$ 이 $(n+1)$ 과 같으면 p 는 (가) 이다.

(가)에 들어갈 식으로 알맞은 것은?

- ① $n+1$ ② $\frac{(n+1)^2}{2}$
- ③ $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ ④ 2^{n+1}
- ⑤ $(n+1)!$

20 다음 그림은 동심원 O_1, O_2, O_3, \dots 과 직선 l_1, l_2, l_3, l_4 의 교점 위에 자연수를 1부터 차례로 적은 것이다.



이미 채워진 수들의 규칙에 따라 계속하여 적어 나가면 475는 원 O_m 과 직선 l_n 의 교점 위에 있다. $m+n$ 의 값을 구하시오.



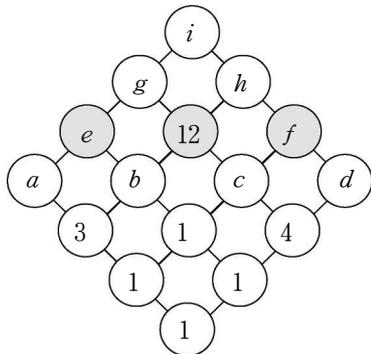
21 다음 표는 어느 학교에서 한 달 전에 구입한 휴대용 저장 장치의 용량에 따른 1개당 가격과 개수의 현황을 나타낸 것이다.

용량	128 MB	256 MB	512 MB	1 GB	2 GB
1개당 가격	a	$\frac{3}{2}a$	$\left(\frac{3}{2}\right)^2 a$	$\left(\frac{3}{2}\right)^3 a$	$\left(\frac{3}{2}\right)^4 a$
개수	$16b$	$8b$	$4b$	$2b$	b

현재 모든 휴대용 저장 장치의 가격이 한 달 전보다 모두 40%씩 하락하였다. 이 학교에서 휴대용 저장 장치의 용량과 개수를 위 표와 동일하게 현재의 가격으로 구입한다면 지불해야 하는 금액은? (단, $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이다.)

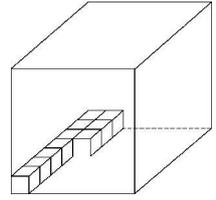
- ① $\frac{128}{5} ab \left\{ 1 - \left(\frac{1}{4} \right)^5 \right\}$
- ② $32ab \left\{ 1 - \left(\frac{3}{4} \right)^5 \right\}$
- ③ $32ab \left\{ 1 - \left(\frac{1}{4} \right)^5 \right\}$
- ④ $\frac{192}{5} ab \left\{ 1 - \left(\frac{3}{4} \right)^5 \right\}$
- ⑤ $\frac{192}{5} ab \left\{ 1 - \left(\frac{1}{4} \right)^5 \right\}$

22 두 자연수 m 과 n 의 최대공약수를 p , 최소공배수를 q 라 할 때, 이런 관계를 만족시키는 수를 [그림 1]과 같이 나타내기로 하자. [그림 2]는 [그림 1]의 관계를 만족시키도록 수를 연결하여 나타낸 것이다. 세 자연수 $e, 12, f$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $e + f$ 의 값을 구하시오.



[그림 2]

23 한 변의 길이가 70cm 인 정육면체 모양의 상자에 한 변의 길이가 10cm 인 정육면체 모양의 나무 블록을 다음 규칙에 따라 빈틈없이 가득 채우려고 한다.



n 번째에 넣는 나무 블록의 개수를 a_n 이라 할 때,

(가) $a_1 = 10$

(나) $a_{n+1} = \left[\frac{a_n}{2} \right] + 3, n = 1, 2, 3, \dots$

(단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

(다) 상자를 가득 채우면 나무 블록 넣기를 멈춘다.

k 번째에 상자를 가득 채웠다고 할 때, k 의 값을 구하시오. (단, 상자의 두께는 무시한다.)

24 자연수 n 에 대하여 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 P_1 의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.

(나) 점 P_n 의 좌표가 (a, b) 일 때,

$b < 2^a$ 이면 점 P_{n+1} 의 좌표는

$(a, b+1)$ 이고 $b = 2^a$ 이면

점 P_{n+1} 의 좌표는 $(a+1, 1)$ 이다.

점 P_n 의 좌표가 $(10, 2^{10})$ 일 때, n 의 값은?

- ① $2^{10} - 2$
- ② $2^{10} + 2$
- ③ $2^{11} - 2$
- ④ 2^{11}
- ⑤ $2^{11} + 2$



25 $p \geq 2$ 인 자연수 p 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 세 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_1 = 0$
- (나) $a_{k+1} = a_k + 1 \quad (1 \leq k \leq p-1)$
- (다) $a_{k+p} = a_k \quad (k=1, 2, 3, \dots)$

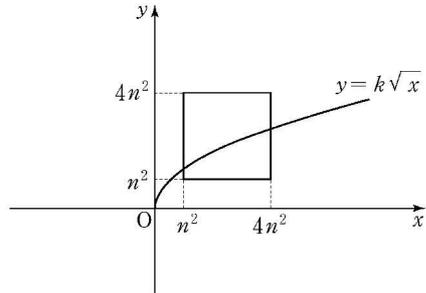
보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- 보기 ㄱ. $a_{2k} = 2a_k$
- 보기 ㄴ. $a_1 + a_2 + \dots + a_p = \frac{p(p-1)}{2}$
- 보기 ㄷ. $a_p + a_{2p} + \dots + a_{kp} = k(p-1)$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

26 음성 신호를 크게 하는 장치를 증폭기라고 한다. 전압 이득이 V 인 증폭기의 데시벨 전압 이득 D 는 $D = 20 \log V$ 라고 한다. 전압 이득이 $V_k (k=1, 2, \dots, 9)$ 인 증폭기의 데시벨 전압 이득 $D_k (k=1, 2, \dots, 9)$ 는 $D_k = 20 \log V_k (k=1, 2, \dots, 9)$ 이다. 증폭기의 전압 이득 V_k 가 $V_k = \frac{k+1}{k} (k=1, 2, \dots, 9)$ 인 9개의 증폭기를 연결하여 얻은 전체 데시벨 전압 이득 S_9 가 $S_9 = \sum_{k=1}^9 D_k$ 라 할때, S_9 의 값을 구하시오.

27 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 A_n 을 4개의 점 $(n^2, n^2), (4n^2, n^2), (4n^2, 4n^2), (n^2, 4n^2)$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형이라 하자. 정사각형 A_n 과 함수 $y = k\sqrt{x}$ 의 그래프가 만나도록 하는 자연수 k 의 개수를 a_n 이라 할때, 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



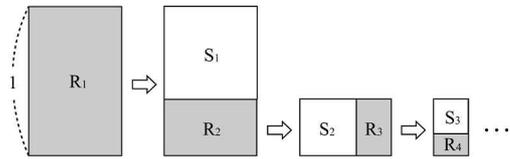
- 보기 ㄱ. $a_5 = 15$
- 보기 ㄴ. $a_{n+2} - a_n = 7$
- 보기 ㄷ. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 200$

- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



수열의 극한

28 직사각형 중에서 짧은 변을 한 변으로 하는 정사각형을 잘라내고 남은 직사각형이 처음의 직사각형과 서로 닮음이 되는 것을 황금직사각형이라고 한다. 그림과 같이 긴 변의 길이가 1인 황금직사각형 R_1 에서 짧은 변을 한 변으로 하는 정사각형 S_1 을 잘라내고 남은 직사각형을 R_2 , 직사각형 R_2 에서 정사각형 S_2 를 잘라내고 남은 직사각형을 R_3 이라고 하자. 이와 같은 방법으로 직사각형 R_4, R_5, R_6, \dots 을 한없이 만들어 간다.

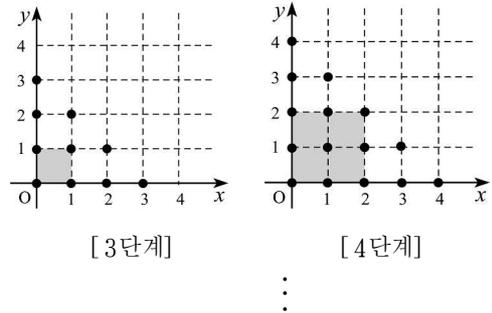
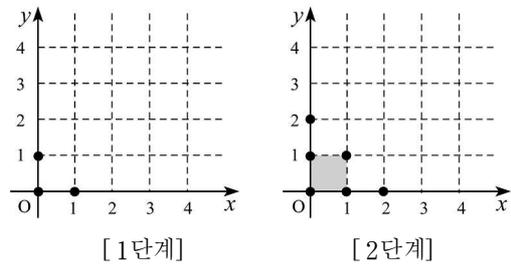


직사각형 R_n ($n=1, 2, 3, \dots$)의 둘레의 길이 l_n 에

대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} l_n = k l_1$ 일때, 상수 k 의 값은?

- ① $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$
- ③ $\frac{5-\sqrt{5}}{2}$ ④ $3-\sqrt{5}$
- ⑤ $3+\sqrt{5}$

29 다음과 같이 좌표평면 위에 단계별로 x 좌표와 y 좌표가 음이 아닌 정수인 점을 표시한다. [1단계]에서는 원점과 x 좌표와 y 좌표의 합이 1인 점들을 표시하고, [2단계]에서는 [1단계]의 점에 x 좌표와 y 좌표의 합이 2인 점들을 추가로 표시한다.



이때, [n 단계]에 있는 모든 점의 개수를 a_n , [n 단계]에 있는 점들을 꼭짓점으로 하는 정사각형 중에서 원점을 한 꼭짓점으로 하고 넓이가 최대인 정사각형의 내부 및 둘레에 있는 모든 점의 개수를 b_n 이라 하자. 예를 들어

$a_4 = 15, b_4 = 9$ 이다. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n}}{b_{2n}}$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{2}$ ② 2 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1



30 순환소수로 이루어진 수열 $\{a_n\}$ 의 각 항이

$$\begin{aligned} a_1 &= 0.\dot{1} \\ a_2 &= 0.\dot{1}\dot{0} \\ a_3 &= 0.\dot{1}\dot{0}\dot{0} \\ &\vdots \\ a_n &= 0.\underbrace{\dot{1}\dot{0}\dot{0}\cdots\dot{0}}_{0\text{은 } (n-1)\text{개}} \\ &\vdots \end{aligned}$$

일때, $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} \right)$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$
 ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

31 자연수 n 에 대하여 원점 O 와 점 $(n, 0)$ 을 이은 선분을 밑변으로 하고, 높이가 h_n 인 삼각형의 넓이를 a_n 이라 하자.

수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열일때, **보기**에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

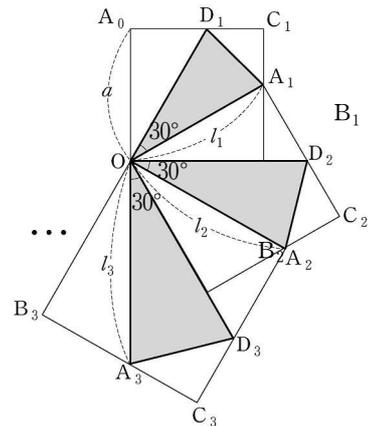
- 보**
기
 ㄱ. 모든 자연수 n 에 대하여
 $a_n = \frac{1}{2}$ 이면 $h_n = \frac{1}{n}$ 이다.
 ㄴ. $h_2 = \frac{1}{4}$ 이면 $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ 이다.
 ㄷ. $h_2 < \frac{1}{2}$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} n h_n = 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

32 그림과 같이 한 변의 길이가 a 인 정사각형 $OB_1C_1A_0$ 이 있다. 삼각형 OA_1D_1 이 $\angle D_1OA_1 = 30^\circ$ 인

이등변삼각형이 되도록 변 B_1C_1 , A_0C_1 위에 각각 점 A_1 , D_1 을 잡고 변 OA_1 의 길이를 l_1 이라 하자. 선분 OA_1 을 한 변으로 하는 정사각형 $OB_2C_2A_1$ 에서 삼각형 OA_2D_2 가 $\angle D_2OA_2 = 30^\circ$ 인 이등변삼각형이 되도록 변 B_2C_2 , A_1C_2 위에 각각 점 A_2 , D_2 를 잡고 변 OA_2 의 길이를 l_2 라 하자. 선분 OA_2 를 한 변으로 하는 정사각형 $OB_3C_3A_2$ 에서 삼각형 OA_3D_3 이 $\angle D_3OA_3 = 30^\circ$ 인 이등변삼각형이 되도록 변 B_3C_3 , A_2C_3 위에 각각 점 A_3 , D_3 을 잡고 변 OA_3 의 길이를 l_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 이등변삼각형 OA_nD_n 에서 변 OA_n 의 길이를 l_n 이라 하자.

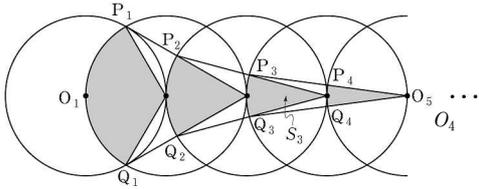
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{l_n} = \sqrt{3}$ 일때, a 의 값은?



- ① $\sqrt{3}$ ② $1 + \sqrt{3}$
 ③ $2 + \sqrt{3}$ ④ $3 + \sqrt{3}$
 ⑤ $6 + \sqrt{3}$



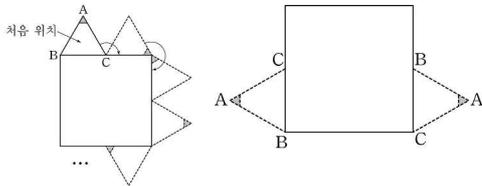
33 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심이 O_1, O_2, O_3, \dots 인 원들이 있다. 모든 원들의 중심은 한 직선 위에 있고, $\overline{O_n O_{n+1}} = 1 (n=1, 2, 3, \dots)$ 이다. 두 원 O_1, O_2 가 만나는 두 점을 각각 P_1, Q_1 이라 하고, 부채꼴 $O_2 P_1 Q_1$ 의 넓이를 S_1 이라 하자. 두 점 P_1, Q_1 에서 원 O_3 의 중심과 연결한 선분이 원 O_3 과 만나는 두 점을 각각 P_2, Q_2 라 하고, 부채꼴 $O_3 P_2 Q_2$ 의 넓이를 S_2 라 하자. 두 점 P_2, Q_2 에서 원 O_4 의 중심과 연결한 선분이 원 O_4 와 만나는 두 점을 각각 P_3, Q_3 이라 하고, 부채꼴 $O_4 P_3 Q_3$ 의 넓이를 S_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 부채꼴 $O_{n+1} P_n Q_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은?



- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ $\frac{5}{6}\pi$
- ④ π ⑤ $\frac{7}{6}\pi$

34 한 변의 길이가 2인 정사각형과 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC 가 있다. [그림 1]과 같이 정사각형 둘레를 따라 시계 방향으로 정삼각형 ABC 를 회전시킨다. 정삼각형 ABC 가 처음 위치에서 출발한 후 정사각형 둘레를 n 바퀴 도는 동안, 변 BC 가 정사각형의 변 위에 놓이는 횟수를 a_n 이라 하자. 예를 들어 $n=1$ 일때, [그림 2]와 같이 변 BC 가 2회 놓이므로 $a_1=2$ 이다. 이때,

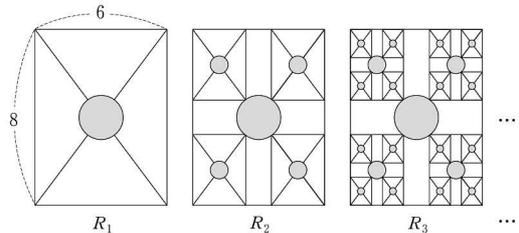
$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{3n-2}}{n}$ 의 값은?



[그림 1] [그림 2]

- ① 8 ② 10 ③ 12
- ④ 14 ⑤ 16

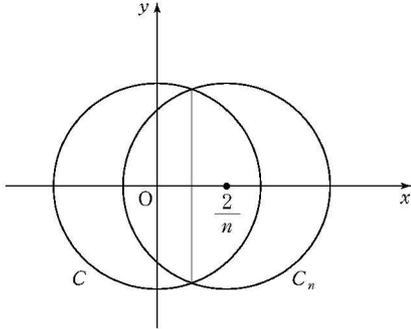
35 아래와 같이 가로 길이가 6이고 세로 길이가 8인 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 직사각형의 각 꼭짓점으로부터 대각선과 원의 교점까지의 선분을 각각 대각선으로 하는 4개의 직사각형을 그린 후, 새로 그려진 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 새로 그려진 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에 있는 합동인 4개의 직사각형 각각에서 각 꼭짓점으로부터 대각선과 원의 교점까지의 선분을 각각 대각선으로 하는 4개의 직사각형을 그린 후, 새로 그려진 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 새로 그려진 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 있는 모든 원의 넓이의 합을 S_n 이라 할때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? (단, 모든 직사각형의 가로와 세로는 각각 서로 평행하다.)



- ① $\frac{37}{9}\pi$ ② $\frac{34}{9}\pi$ ③ $\frac{31}{9}\pi$
- ④ $\frac{28}{9}\pi$ ⑤ $\frac{25}{9}\pi$



- 36** $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원 C 를 x 축 방향으로 $\frac{2}{n}$ 만큼 평행이동시킨 원을 C_n 이라 하자. 원 C 와 원 C_n 의 공통현의 길이를 l_n 이라 할때, $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n l_n)^2} = \frac{a}{b}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)





지수로그 함수

37 두 점 $(1, 0)$, $(0, -m)$ 을 지나는 직선이 두 곡선 $y = 2 \log x$, $y = 3 \log x$ 와 각각 두 점에서 만날때, $(1, 0)$ 이 아닌 교점을 각각 $(p, 2 \log p)$, $(q, 3 \log q)$ 라 하자. **보기**에서 옳은 것을 모두 고른 것은?
(단, $m > 0$, $p > 1$, $q > 1$ 이다.)

- 보**
기
- ㄱ. $p > q$
 - ㄴ. $m = \frac{3 \log q - 2 \log p}{q - p}$
 - ㄷ. $m > \frac{3 \log q}{q}$

- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

38 함수 $f(x) = \log_5 x$ 이고 $a > 0$, $b > 0$ 일때, **보기**에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

- 보**
기
- ㄱ. $\left\{f\left(\frac{a}{5}\right)\right\}^2 = \left\{f\left(\frac{5}{a}\right)\right\}^2$
 - ㄴ. $f(a+1) - f(a) > f(a+2) - f(a+1)$
 - ㄷ. $f(a) < f(b)$ 이면 $f^{-1}(a) < f^{-1}(b)$ 이다.

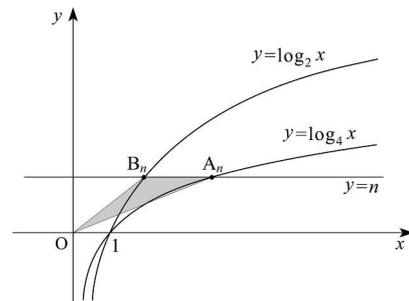
- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

39 $0 < a < b < c < 1$ 을 만족하는 세 실수 a , b , c 에 대하여 $A = a^a b^b c^c$, $B = a^a b^c c^b$, $C = a^b b^c c^a$ 이라고 하자. 이때, A , B , C 의 대소 관계로 옳은 것은?

- ① $C < B < A$
- ② $B < C < A$
- ③ $C < A < B$
- ④ $A < C < B$
- ⑤ $B < A < C$

40 자연수 n 에 대하여 두 함수 $y = \log_4 x$, $y = \log_2 x$ 의 그래프와 직선 $y = n$ 의 교점을 각각 A_n , B_n 이라 하자. 삼각형 $OA_n B_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{n+1}}{S_n}$ 의 값은?



- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 6
- ⑤ 8



확 률

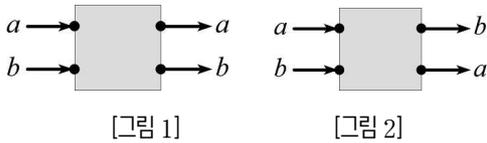
41 어느 고등학교에서는 방학 중 방과후학교 강좌를 다음과 같이 개설하였다. 어떤 학생이 국어, 수학, 영어 세 과목을 각각 한 번씩 수강하려고 할때, 그 방법의 수는?

	1교시	2교시	3교시	4교시
국어	○	○	○	×
수학	○	×	○	○
영어	×	○	○	○

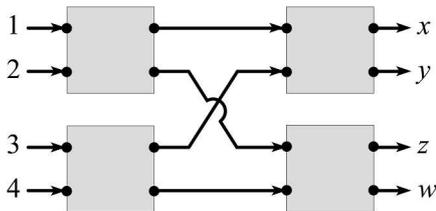
○:개설, ×:미개설

- ① 11 ② 12 ③ 14
 ④ 16 ⑤ 17

42 그림은 왼쪽의 입력 신호 a, b 를 오른쪽으로 전달하여 신호를 출력하는 장치를 나타낸 것이다. 이 장치가 [그림 1]과 같이 출력할 확률은 $\frac{1}{3}$ 이고, [그림 2]와 같이 출력할 확률은 $\frac{2}{3}$ 이다.

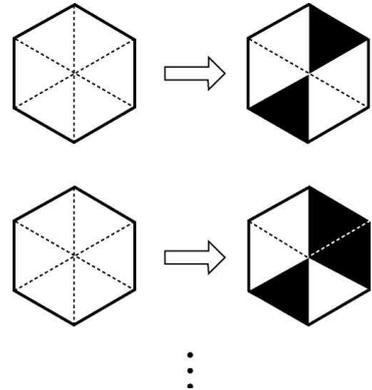


이 장치 4개를 아래 그림과 같이 연결하고, 입력신호를 1, 2, 3, 4로 하였을 때의 출력신호를 x, y, z, w 라 하자. 이때, $y=3$ 또는 $z=1$ 일 확률은? (단, 각 장치들은 독립적으로 작동한다.)



- ① $\frac{22}{81}$ ② $\frac{23}{81}$ ③ $\frac{25}{81}$
 ④ $\frac{26}{81}$ ⑤ $\frac{29}{81}$

43 그림과 같이 정육각형을 6등분하고 있는 정삼각형에 흰색 또는 검은색을 칠하여 정육각형을 네 부분으로 구분하려고 한다. 이때, 서로 다른 모양으로 색칠하는 방법은 모두 몇 가지인가? (단, 회전에 의하여 겹쳐지는 모양은 같은 것으로 본다.)

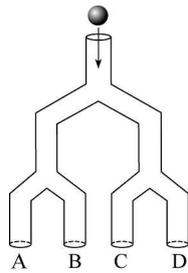


- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

44 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ 에서 원소가 3개인 모든 부분집합을 각각 A_1, A_2, \dots, A_n 이라고 하자. 집합 A_k ($k=1, 2, 3, \dots, n$)의 모든 원소들의 합을 S_k 라고 할때, $S_1 + S_2 + \dots + S_n$ 의 값을 구하시오.



45 오른쪽 그림은 어떤 오락기를 단순화하여 그린 것이다. 이 오락기는 입구에 공을 넣으면 A, B, C, D 중 어느 한 곳을 지나면서 그 위치의 꺼져 있는 전등은 켜지고, 켜져 있는 전등은 꺼지도록 되어 있다. 예를



들어 전구가 모두 꺼진 상태에서 공을 두 번 넣어 두 번 모두 A를 지나면 A 위치의 전등은 켜졌다 꺼지고, 각각 A, B를 지나면 A, B 두 위치에 있는 전등은 모두 켜지게 된다. 이와 같이 공이 지날 때마다 전등이 켜지거나 꺼지기를 반복하다가 A, B, C, D 네 곳 모두 전등이 켜지면 게임은 끝난다. 여섯 번째 공을 넣었을 때 이 게임이 끝나게 될 확률을 $\frac{a}{b}$ (a, b 는 서로소인 자연수)라고 하자. 이때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 처음 상태는 전등이 모두 꺼져 있으며, 갈림길에서 양쪽 방향으로 공이 지나갈 확률은 서로 같다.)

46 어느 양궁 종목에서 사용하는 표적지는 원의 반지름의 길이가 각각 4cm, 8cm, 12cm, ..., 40cm로 4cm씩 증가하는 10개의 동심원으로

표준정규분포표

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
2.0	0.4772
3.0	0.4987

되어 있다. 표적지의 중심에서 화살이 꽂힌 곳까지의 거리를 X 라고 할 때 $0 \leq X \leq 4$ 이면 10점, $4 < X \leq 8$ 이면 9점, $8 < X \leq 12$ 이면 8점, ..., $36 < X \leq 40$ 이면 1점, $X > 40$ 이면 0점을 득점한다. 기록에 의하면 양궁 선수 A가 화살을 쏘았을 때 표적지의 중심에서 화살이 꽂힌 곳까지의 거리는 평균 8cm, 표준편차 2cm인 정규분포를 따른다고 한다. A가 12발의 화살을 쏘았을 때 8점을 득점한 화살의 개수 Y 의 기대값 $E(Y)$ 는?

- ① 4.0956 ② 4.9112
- ③ 5.7264 ④ 5.8554
- ⑤ 5.9844

47 다음은 서로 다른 n 개에서 r 개를 선택하는 조합의 수 ${}_nC_r$ ($r \leq n$)에 대한 어떤 성질을 설명하는 과정이다.

서로 다른 n 개를 ①, ②, ③, ..., n 이라 하자.

(i)

①을 포함하여 r 개를 선택하는 조합의 수는 $\boxed{\text{가}}$ 이다.

②를 포함하여 r 개를 선택하는 조합의 수는 $\boxed{\text{가}}$ 이다.

③을 포함하여 r 개를 선택하는 조합의 수는 $\boxed{\text{가}}$ 이다.

⋮

①을 포함하여 r 개를 선택하는 조합의 수는 $\boxed{\text{가}}$ 이다.

이상을 모두 합하면 $n \times \boxed{\text{가}}$ 이다. ㉠

(ii) 그런데 위의 ㉠에 있는 조합의 수 중에는 ①, ②, ③, ..., r 의 r 개로 구성된 하나의 조합이 $\boxed{\text{나}}$ 번 반복되어 계산되었다.

(중략)

(i), (ii)로부터 서로 다른 n 개에서 r 개를 선택하는 조합의 수 ${}_nC_r$ 는

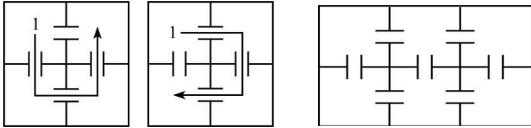
$${}_nC_r = \boxed{\text{다}} \times {}_{n-1}C_{r-1}$$

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|-------------------|-----|---------------|
| ① | ${}_{n-1}C_{r-1}$ | r | $\frac{r}{n}$ |
| ② | ${}_nC_{r-1}$ | r | $\frac{n}{r}$ |
| ③ | ${}_{n-1}C_{r-1}$ | n | $\frac{r}{n}$ |
| ④ | ${}_{n-1}C_{r-1}$ | r | $\frac{n}{r}$ |
| ⑤ | ${}_nC_{r-1}$ | n | $\frac{r}{n}$ |



48 [그림 1]과 같이 네 개의 방이 통로로 연결되어 있을때, 어느 한 방에서 출발하여 모든 방을 한 번만 방문하는 방법의 수는 출발하는 방의 경우의 수가 4 (가지)이고 각 경우에 모든 방을 방문하는 방법의 수는 2 (가지)이므로, $4 \times 2 = 8$ (가지)이다.



[그림 1]

[그림 2]와 같이 6 개의 방이 통로로 연결되어 있을때, 어느 한 방에서 출발하여 모든 방을 한 번만 방문하는 방법의 수는?

- ① 12 가지 ② 14 가지
- ③ 15 가지 ④ 16 가지
- ⑤ 18 가지

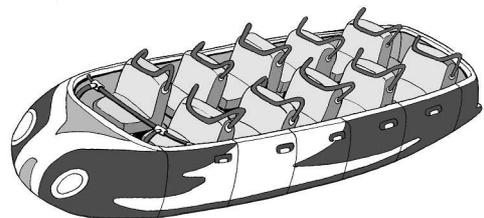
49 어느 건물에서는 출입을 통제하기 위하여 각 자리가 '0'과 '1'로 이루어진 8자리 문자열의 보안카드를 이용하고 있다. 보안카드의 8자리 문자열에 '1'의 개수가 5개이거나 문자열의 처음 4자리가 '0110'이면 이 건물의 출입문을 통과할 수 있다. 예를 들어, 보안카드의 문자열이 '10110011'이거나 '01100101'이면 이 건물에 출입할 수 있다. 이 건물의 출입문을 통과할 수 있는 서로 다른 보안카드의 총 개수를 구하시오.

50 1부터 100까지의 자연수 중에서 서로 다른 4개의 수를 선택할때, 4개의 수 중에서 두 번째로 작은 수가 k 인 경우의 수를 a_k 라 하자. 예를 들어, a_{98} 은 선택된 4개의 수 중에서 98보다 작은 수가 한 개이고 98보다 큰 수가 2개인 경우의 수이므로 $a_{98} = 97$ 이다. **보기**에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- 보**
기
- ㄱ. $a_3 = {}_2C_1 \times {}_{97}C_2$
 - ㄴ. $a_{10} = a_{90}$
 - ㄷ. $\sum_{k=2}^{98} a_k = {}_{100}C_4$

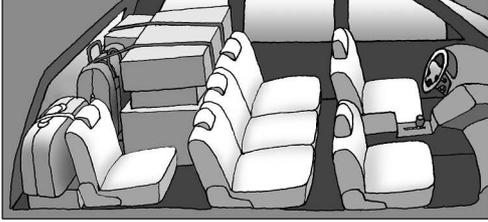
- ① ㄱ ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

51 남학생 2명과 여학생 2명이 함께 놀이공원에 가서 어느 놀이기구를 타려고 한다. 이 놀이기구는 그림과 같이 한 줄에 2개의 의자가 있고 모두 5줄로 되어 있다. 남학생 1명과 여학생 1명이 짝을 지어 2명씩 같은 줄에 앉을때, 4명이 모두 놀이기구의 의자에 앉는 방법의 수를 구하시오.





- 52** 할머니, 할아버지, 어머니, 아버지, 영희, 철수 모두 6명의 가족이 자동차를 타고 여행을 가려고 한다. 이 자동차에는 앉을 수 있는 좌석이 그림과 같이 앞줄에 2개, 가운데 줄에 3개, 뒷줄에 1개가 있다. 운전석에는 아버지나 어머니만 앉을 수 있고, 영희와 철수는 가운데 줄에만 앉을 수 있을 때, 가족 6명이 모두 자동차의 좌석에 앉는 경우의 수를 구하시오.



- 54** 자연수 n 에 대하여

$$f(n) = \sum_{k=1}^n ({}_{2k}C_1 + {}_{2k}C_3 + {}_{2k}C_5 + \cdots + {}_{2k}C_{2k-1})$$

일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오.

- 53** 1부터 9까지의 서로 다른 자연수 a, b, c, d, e 에 대하여 $a \cdot 10^4 + b \cdot 10^3 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10 + e$ 로 나타내어지는 다섯 자리의 자연수 $abcde$ 중에서 5의 배수이고 $a > b > c, c < d < e$ 를 만족시키는 모든 자연수의 개수는?

- ① 53 ② 62 ③ 71
④ 80 ⑤ 89

- 55** 9개의 수

$2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^9$ 이 오른쪽 표와 같이 배열되어 있다. 각 행에서 한 개씩 임의로 선택한 세 수의

2^1	2^2	2^3
2^4	2^5	2^6
2^7	2^8	2^9

곱을 3으로 나눈 나머지가 1이 될 확률은?

- ① $\frac{10}{27}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{14}{27}$
④ $\frac{16}{27}$ ⑤ $\frac{2}{3}$



56 다음은 어느 시력검사표에 표시된 시력과 그에 해당되는 문자의 크기를 나타낸 것의 일부이다.

시력	0.1	0.2	0.3	0.4	...	1.0
문자의 크기	a_1	a_2	a_3	a_4	...	a_{10}

문자의 크기 a_n 은 다음 관계식을 만족시킨다.

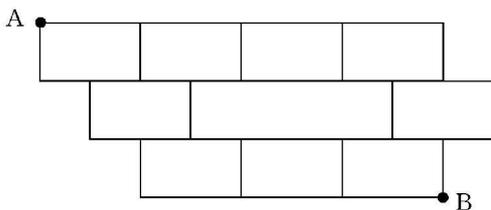
$$a_1 = 10A, \quad a_{n+1} = \frac{10A \cdot a_n}{10A + a_n}$$

(단, A 는 상수이고 $n=1, 2, 3, \dots, 9$ 이다.)

이 시력검사표에서 시력 0.8에 해당되는 문자의 크기는?

- ① $2A$ ② $\frac{3}{2}A$ ③ $\frac{4}{3}A$
 ④ $\frac{5}{4}A$ ⑤ $\frac{6}{5}A$

57 그림과 같은 모양의 도로망이 있다. 지점 A 에서 지점 B 까지 도로를 따라 최단 거리로 가는 경우의 수는?
 (단, 가로 방향 도로와 세로 방향 도로는 각각 서로 평행하다.)



- ① 14 ② 16 ③ 18
 ④ 20 ⑤ 22

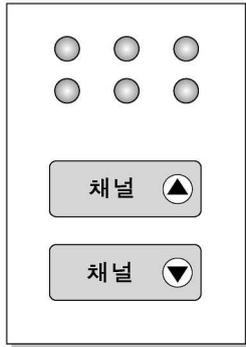
58 어느 스포츠 용품 가게에서는 별(★) 모양이 그려져 있는 야구공 한 개를 포함하여 모두 20개의 야구공을 한 상자에 넣어 상자 단위로 판매한다. 한 상자에서 5개의 야구공을 임의추출하여 별(★) 모양이 그려져 있는 야구공이 있으면 축구공 한 개를 경품으로 준다. 어느 고객이 이 가게에서 야구공 3 상자를 구입하여 경품 당첨 여부를 모두 확인할때, 축구공 2개를 경품으로 받을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

59 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 5개의 공을 3개의 상자 A, B, C 에 넣으려고 한다. 어느 상자에도 넣어진 공에 적힌 수의 합이 13 이상이 되는 경우가 없도록 공을 상자에 넣는 방법의 수는? (단, 빈 상자의 경우에는 넣어진 공에 적힌 수의 합을 0으로 한다.)

- ① 233 ② 228 ③ 222
 ④ 215 ⑤ 211



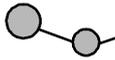
60 채널이 1부터 100까지 설정된 텔레비전이 있다. 이 텔레비전의 리모콘의 일부는 오른쪽 그림과 같고, 현재 켜져 있는 채널은 50이다. 채널증가 버튼 **채널 ▲**과 채널감소 버튼 **채널 ▼** 두 개 중 한 번에 한 개의 버튼을 임의로 여섯 번 누를 때, 채널이 다시 50이 될 확률은? (단, 버튼을 한 번 누르면 채널은 1씩 변한다.)



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$
 ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

61 6명의 학생 A, B, C, D, E, F 를 임의로 2명씩 짝을 지어 3개의 조로 편성하려고 한다. A 와 B 는 같은 조에 편성되고, C 와 D 는 서로 다른 조에 편성될 확률은?

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{2}{15}$
 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$



통계

- 62 모평균 75, 모표준편차 5인 정규분포를 따르는 모집단에서 임의추출한 크기 25인 표본의 표본평균을 \bar{X} 라 하자. 표준정규분포를 따르는 확률변수 Z 에 대하여 양의 상수 c 가 $P(|Z| > c) = 0.06$ 을 만족시킬때, (복기)에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

(복기) 가. $P(Z > a) = 0.05$ 인 상수 a 에 대하여 $c > a$ 이다.
 나. $P(\bar{X} \leq c + 75) = 0.97$
 다. $P(\bar{X} > b) = 0.01$ 인 상수 b 에 대하여 $c < b - 75$ 이다.

- ① 가 ② 나
 ③ 가, 나 ④ 나, 다
 ⑤ 가, 나, 다

- 63 어떤 두 직업에 종사하는 전체 근로자 중 한 직업에서 표본 A 를, 또 다른 직업에서 표본 B 를 추출하여 월급을 조사하였더니 다음과 같은 결과를 얻었다.

표본	표본의 크기	평균	표준 편차	신뢰도	모평균의 추정
A	n_1	240	12	α	$237 \leq m \leq 243$
B	n_2	230	10	α	$228 \leq m \leq 232$

(단위는 만원이고, 표본 A , B 의 월급의 분포는 정규분포를 이룬다)

위의 자료에 대한 옳은 설명을 (복기)에서 모두 고른 것은?

(복기) 가. 표본 A 보다 표본 B 의 분포가 더 고르다.
 나. 표본 A 의 크기가 표본 B 의 크기보다 작다.
 다. 신뢰도를 α 보다 크게 하면 신뢰구간의 길이도 커진다.

- ① 가 ② 가, 나
 ③ 가, 다 ④ 나, 다
 ⑤ 가, 나, 다

- 64 이산확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	...	10	계
$P(X=x)$	p_0	p_1	p_2	...	p_{10}	1

(단, $p_i > 0$ 이고 $i=0, 1, 2, \dots, 10$ 이다.)

집합 $\{x \mid 0 \leq x \leq 10\}$ 에서 정의된 두 함수

$F(x)$, $G(x)$ 가 $F(x) = P(0 \leq X \leq x)$,

$G(x) = P(X > x)$ 일때, (복기)에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

(복기) 가. $G(3) = 1 - F(3)$
 나. $P(3 \leq X \leq 8) = F(8) - F(3)$
 다. $P(3 \leq X \leq 8) = G(2) - G(8)$

- ① 가 ② 나
 ③ 가, 나 ④ 가, 다
 ⑤ 나, 다

- 65 이산확률변수 X 가 값 x 를 가질 확률이

$$P(X=x) = {}_n C_x p^x (1-p)^{n-x}$$

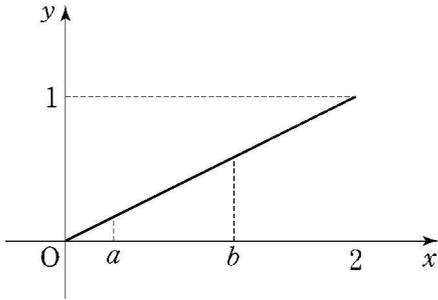
(단, $x=0, 1, 2, \dots, n$ 이고 $0 < p < 1$)이다.

$E(X) = 1$, $V(X) = \frac{9}{10}$ 일때, $P(X < 2)$ 의 값은?

- ① $\frac{19}{10} \left(\frac{9}{10}\right)^9$ ② $\frac{17}{9} \left(\frac{8}{9}\right)^8$
 ③ $\frac{15}{8} \left(\frac{7}{8}\right)^7$ ④ $\frac{13}{7} \left(\frac{6}{7}\right)^6$
 ⑤ $\frac{11}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^5$



66 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 2$ 이고 확률밀도함수의 그래프는 다음과 같다.



두 양수 a, b 에 대하여

$$p_1 = P(0 \leq X \leq a), \quad p_2 = P(a < X \leq b),$$

$$p_3 = P(b < X \leq 2) \text{이다. 세 확률 } p_1, p_2, p_3 \text{이 이}$$

순서로 등차수열을 이루고 $a + b = \frac{4}{3}$ 일때, b 의 값은?

(단, $a < b$ 이다.)

- ① $\frac{11}{12}$ ② 1 ③ $\frac{13}{12}$
 ④ $\frac{7}{6}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

☆ 모범답안 ☆

▶ 지수와 로그

01 ⑤ 02 37 03 ③ 04 ① 05 ②
 06 43 07 11

▶ 행렬

08 ③ 09 ④ 10 25 11 ① 12 ②
 13 ② 14 ⑤

▶ 수열

15 440 16 ⑤ 17 ② 18 ⑤ 19 ②
 20 64 21 ④ 22 25 23 56 24 ③
 25 ④ 26 20 27 ④

▶ 수열의 극한

28 ② 29 ② 30 ② 31 ⑤ 32 ③
 33 ② 34 ① 35 ⑤ 36 19

▶ 지수로그 함수

37 ④ 38 ⑤ 39 ① 40 ③

▶ 확률

41 ① 42 ③ 43 ③ 44 105 45 35
 46 ③ 47 ④ 48 ④ 49 68 50 ③
 51 160 52 72 53 ③ 54 682 55 ③
 56 ④ 57 ① 58 73 59 ② 60 ②
 61 ③

▶ 통계

62. ⑤ 63. ⑤ 64. ④ 65. ① 66. ④